

文章编号: 1001- 4322(2000)03- 0269- 04

剪切干涉仪与哈特曼波前传感器的波前复原比较*

许晓军, 陆启生, 刘泽金

(国防科技大学理学院, 长沙, 410073)

摘要: 对横向剪切干涉仪和哈特曼波前传感器的波前探测和复原进行了类比推导和仿真计算。结果表明, 在相同输入波前、相同探测面元、相同拟合函数及阶数的情况下, 横向剪切干涉仪的波前复原能力比哈特曼波前传感器强。主要原因是前者对波前的间接采样所包含的波前信息大于后者, 并且前者比较容易增大对波前的采样。

关键词: 横向剪切干涉仪; 哈特曼波前传感器; 波前复原算法

中图分类号: TN 24 **文献标识码:** A

在激光自适应光学系统^[1,2]、光学元件的表面检测、激光的光束净化^[3]等领域中波前传感器得到了广泛的应用。常用的波前传感器有横向剪切干涉仪(Lateral shear interferometer, LSI)与哈特曼波前传感器(Hartmann wavefront sensor, HWS)。传统的剪切干涉仪由于装置简单但波前复原繁琐, 一般用来检测光学仪器的象差。本文讨论结合现代电子及计算机技术利用LSI测量光波波前的方法, 并与HWS方法进行比较。

1 LSI波前复原

LSI的原理是将光束波前在某一方向上剪切后与原光束进行干涉, 形成干涉图样。令待测光束波前为 $W(x, y)$, 其光场 $E(x, y) = A \exp[ikW(x, y)]$ 。若在 x 方向上剪切干涉, 剪切量为 s , 则干涉图样为

$$I(x, y) = |A \exp[ikW(x, y)] + A \exp[ikW(x - s, y)]|^2 = |A|^2 \{2 + 2\cos[k\Delta W_x(x, y)]\} \quad (1)$$

其中, $\Delta W_x = W(x, y) - W(x - s, y)$ 为波前在 (x, y) 点上的 x 方向差分值, k 为波数。若干涉时在 x 方向上引入一倾斜量 $\delta_x = \theta k_x$ (θ 为倾斜角), 则干涉图样为

$$I_x(x, y) = |A|^2 \{2 + 2\cos[k\Delta W_x(x, y) + kx\theta]\} \quad (2)$$

令没有剪切时的等厚干涉条纹为 x 方向剪切的标准条纹, 即

$$I_{x0}(x, y) = |A|^2 \{2 + 2\cos(k\theta x)\} \quad (3)$$

通过对(2), (3)式条纹极值位置的处理, 可以分别得到极值条纹满足 $k\Delta W_x(x_i', y) + kx_i'\theta = n\pi$, $kx_i'\theta = n\pi, n \in Z$ 。其两式的差即是波前 $W(x, y)$ 在标准条纹极值位置处的 x 方向差分值

$$\Delta W_{xi}(x_i, y_i) = \theta(x_i' - x_i) \quad (4)$$

$(x_i', y_i), (x_i, y_i)$ 分别为剪切干涉条纹和标准条纹上的极值位置坐标, 即为 $W(x, y)$ 上的采样点。 $i = 1, 2, \dots, N_x, N_x = n_{fx} \times n_s, n_{fx}$ 为标准条纹数, n_s 为每条条纹上采样点数。同理, 可以得到波前 $W(x, y)$ 在标准条纹极值位置上的 y 方向差分值 $\Delta W_{yi}(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N_y, N_y = n_{fy} \times n_s, n_{fy}$ 为 y 方向剪切的标准条纹数。

假定待测波前可以由一组正交多项式拟合^[4], 即

$$W'(x, y) = \sum_{l=1}^M C_l P_l(x, y) \quad (5)$$

其中 $P_l(x, y)$ 为拟合多项式, 如Zernike多项式; C_l 为展开系数。则待测波前 $W'(x, y)$ 在LSI上 x, y 方向的差分值分别为 $\Delta W_x', \Delta W_y'$ 。对 x 方向

* 国防科技基础研究基金资助课题
1999年11月14日收到原稿, 2000年4月13日收到修改稿。
许晓军, 男, 1973年10月出生, 博士研究生

$$\Delta W'_x = W'_x(x, y) - W'_x(x - s, y) = \sum_{l=1}^M C_l X_l(x, y) \quad (6)$$

其中 $X_l(x, y) = P_l(x, y) - P_l(x - s, y)$ 。记 $\Delta W'_{xi} (i = 1, 2, \dots, N_x)$ 为拟合波前差分在标准条纹上的采样值。定义优值函数

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_x} \left[\frac{\Delta W'_{xi} - \Delta W'_x}{\sigma_i} \right]^2 \quad (7)$$

其中, σ_i 为第 i 个数据点的测量误差。令 $\partial \chi^2 / \partial C_l = 0$, 可得

$$\sum_{l=1}^M \alpha_{ij} \cdot C_l = \beta_j \quad (8)$$

其中, $\alpha_{ij} = \frac{X_l(x_i, y_j) X_l(x_i, y_i)}{\sigma_i}$, $\beta_j = \frac{\Delta W'_{xi} X_l(x_i, y_i)}{\sigma_i}$, $j = 1, 2, \dots, M$ 。

对于(8)式的求解, 一般可以有正规方程组法和奇异值分解法(SVD), 但由于正规方程组法对舍入误差十分敏感, 故利用 SVD 法从(8)式求得 C_l 。 x 方向剪切时, 由多项式的性质可知, (6)式中 $X_l(x, y)$ 比 $P_l(x, y)$ 的阶次低一阶, 使 C_l 不完备。通过对 y 方向同样处理后, 两次系数平均求得 C_l , 代入(5)式便可复原出待测波前。

2 HW S 波前复原

HW S 原理是将光束波前在 N_h 个子孔径上将波前分割为 N_h 块, 在各个子孔径的焦平面探测出各自的光斑重心。设待测光场如(1)式, 则第 n 个子孔径对应的光斑重心为

$$x_{cj}(n) = \frac{E}{k} \iint_{A_n} |E_f(r_f)|^2 dr_f \left[\iint_{A_{fn}} |E_f(r_f)|^2 dr_f \right]^{-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N_h,$$

$$E_f(r_f) = \iint_{A_n} E(x, y) \exp[-ik(x_f x + y_f y)/F] dx dy$$

其中 $x_{cj} (j = 1, 2)$ 代表光斑重心坐标 (x_c, y_c) ; $x_{fj} (j = 1, 2)$ 分别为子孔径对应焦平面坐标 $r_f = (x_f, y_f)$; A_n, A_{fn} 分别为第 n 个子孔径及其焦平面对应的积分区域; F 为子孔径的焦距; i 为虚数标识符号。

利用 Fourier 变换的性质, 导出第 n 个子孔径上的波前平均斜率为

$$T_{xj}(n) = \frac{x_{cj}(n)}{F} = \frac{1}{A} \iint_{A_n} \frac{\partial W(x, y)}{\partial x_j} dr \quad (9)$$

其中 $x_j (j = 1, 2)$ 为子孔径平面坐标 $r = (x, y)$; A 为子孔径面积。易知待测波前在 HW S 第 n 个子孔径上的平均斜率, 即将(5)式代入(8)式得

$$T'_{xj}(n) = \frac{1}{A} \sum_{l=1}^M C_l \iint_{A_n} \frac{\partial P_l(x, y)}{\partial x_j} dr \quad (10)$$

定义优值函数 $\chi^2 = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=1}^{N_h} \{ [T_{xj}(n) - T'_{xj}(n)] / \sigma_n \}^2$, 其中, σ_n 为第 n 个子孔径上的测量误差。令 $\partial \chi^2 / \partial C_l = 0$, 可得

$$\sum_{l=1}^M \alpha_{ln} \cdot C_l = \beta_n \quad (11)$$

其中, $\alpha_{ln} = \frac{P_{lx_j} P_{mx_j}}{\sigma_n}$; $\beta_n = \frac{T_{x_j}(n) P_{mx_j}}{\sigma_n}$, $m = 1..M$; $P_{lx_j} = \frac{1}{A} \iint_{A_n} \frac{\partial P_l(x, y)}{\partial x_j} dr$ 。同样, 利用

SVD 方法对(11)式求解, 求得 C_l 后即可复原出待测波前。

3 数值仿真与分析

数值仿真所用的物理模型装置如图 1。图中 $w(x, y)$ 为待测波前, HW S 实现了对 $w(x, y)$ 的测量,

CCD 1 用于测量各个子孔径对应焦平面的光斑重心, 从而计算出波前倾斜 $T_{x_j}(n), n=1, 2, \dots, N_h$; 两个 LSI 实现了两个方向的剪切干涉, CCD 2 和 CCD 3 用于测量波前两个方向的剪切干涉条纹, 进而计算出波前的差分 $\Delta W_{x_i}, i=1, 2, \dots, N_x, \Delta W_{y_i}, i=1, 2, \dots, N_y$ 。利用上述测量值, 结合 (8), (11) 式即可复原波前。仿真时, 取测量误差 $\sigma=1$ 。

为了便于比较, 仿真计算中三个 CCD 的分辨率均为 128×128 。其中, HWS 的子孔径数为 $N_h=52$, 呈六角形排布, 每个子孔径对应像素为 16×16 ; LSI 剪切量约为波前直径的 $1/10$, 约占 12×128 像素, 标准条纹选取 20 条, 平均每条条纹占 6×116 像素。拟合函数取 Zernike 多项式^[5], 模阶数 N_z 分别选取 21、36、45 阶。待测波前分别选取随机波前与模式波前。随机波前(波前 1、2)采用平面波通过湍流模型^[6]构造, 见图 2(a)、(b)。模式波前(波前 3、4)为慧差和球差, 见图 2(c)、(d), 模阶数分别为 8 和 13, 波前函数分别为 $W_3(x, y) = x(x^2 - 3y^2)$ 和 $W_4(x, y) = 6(x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 + y^2) - 1$ 。

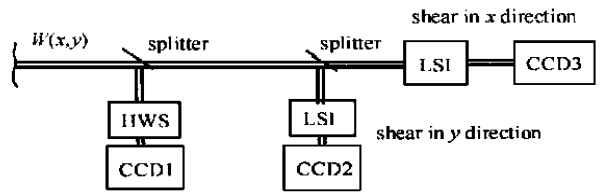


Fig 1 Setup of wavefront measurement with HWS and LSI

图 1 HWS 和 LSI 的波前测量装置

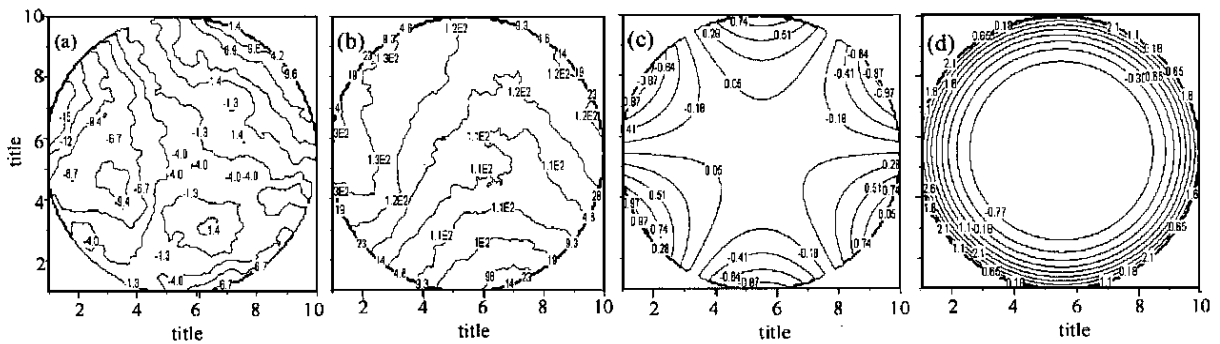


Fig 2 Contour of source wavefront for reconstruction

图 2 待测波前的等高线图

对于这两种波前复原方法的评价标准我们采用波前拟合方差 σ (复原波前与原始波前在对应网格点相位残差的均方根误差), 与原始波前各网格点的均方根误差 σ_0 之比 σ/σ_0 。

在上述条件下, 仿真结果如表 1。图 3 给出了波前 1 的 HWS 和 LSI 的复原波前等高线图 ($N_z=45$)。

Table 1 Simulation results for ability of wavefront reconstruction

表 1 波前重构能力的仿真计算结果

	series of P_i		σ/σ_0			
	N_z	wavefront 1	wavefront 2	wavefront 3	wavefront 4	
LSI	45	0.0295	0.0120	0.0123	0.0157	
	36	0.0324	0.0139	0.0097	0.0162	
	21	0.0456	0.0143	0.0070	0.0148	
HWS	45	0.0686	0.0255	0.0541	0.0450	
	36	0.0694	0.0260	0.0532	0.0429	
	21	0.0816	0.0287	0.0502	0.0411	

由图 3 直观比较和表 1 的仿真数据比较我们可以看出, LSI 的波前复原能力比 HWS 强。LSI 的波前复原能力强的主要原因是: HWS 和 LSI 都是对波前的间接测量, 但 LSI 对波前的采样远大于 HWS ($N_x + N_y \gg 2N_h$)。尽管不是直接采样, 但 LSI 测量所携带的波前信息还是大于 HWS。另外虽然大量的采样点会带来测量误差, 但最大似然估计的 x^2 拟合还是大大消除了这些误差。

另外, 对于 LSI 来说, 加大采样点数是比较容易的, 只要改变等厚干涉的倾角就可增加标准条纹数

从而增加采样点数,但对 HWS 而言,要增加采样点数却要困难得多。

从表 1 中还可以看出,随机波前的复原一般随拟合阶数的增加而改善。对模阶数一定的模式波前 ($N_z = 8, 13$), 采用多项式拟合时在多项式模阶数接近波前的模阶数的情况下,拟合精度比较好,两者模阶数偏离越大,误差也越大。

从以上比较来看,LSI 在波前复原能力上比 HWS 有优势,并且实现装置简单。不足的是:从(8)和(11)式中可以看出,在 α 提前计算的情况下,LSI 的运算量比 HWS 大,主要在于数据点和 β 的计算。这样若将 LSI 应用于自适应光学,会影响自适应光学系统的带宽。

最后,必须指出本文的仿真计算中没有考虑 HWS 和 LSI 的自身测量误差,即为理想条件的假设。实际条件下的比较还必须考虑各种测量条件和自身测量的限制。

4 结论

通过对横向剪切干涉仪和哈特曼波前传感器波前探测和复原仿真计算,在相同输入波前、相同探测面元、相同拟合函数及阶数的情况下,结果表明横向剪切干涉仪的波前复原能力要大于哈特曼波前传感器。其主要原因是横向剪切干涉仪对波前的间接采样所包含的波前信息要多于哈特曼波前传感器的间接采样。

致谢 仿真中随机波前的构造采用王英俭博士论文中湍流模型的部分程序,在此表示衷心感谢!

参考文献:

- [1] Rimmer M P, et al Evaluation of large aberrations using a lateral-shear interferometer having variable shear[J]. *App Optics*, 1975, 14(1): 142~ 150
- [2] Welsh B M, et al Fundamental performance comparison of a Hartmann and a shearing interferometer wavefront sensor[J]. *App Optics*, 1995, 34(21): 4186~ 4195
- [3] 张强,许冰,姜文汉. 环形激光束的波前复原算法比较[J]. *强激光与粒子束*, 1999, 10(4): 513~ 516
- [4] Rimmer M P. Polynomial fitting of interferograms [R]. ITEK technical report, 1972, appendix A.
- [5] Malacara D. Optical shop testing[M]. John Wiley & Sons, Inc., 1978, appendix 2
- [6] 王英俭. 激光大气传输及其相位补偿若干问题研究[D]. 中科院安徽光学精密机械研究所, 1996

COMPARISON OF WAVEFRONT RECONSTRUCTION BY LATERAL SHEAR INTERFEROMETER AND HARTMANN WAVEFRONT SENSOR

XU Xiao-jun, LU Qi-sheng, LU Ze-jin

Institute of Science, National University of Defense Technology, Changsha, 410073

ABSTRACT: The detection and reconstruction of wavefront by Lateral Shear Interferometer (LSI) and Hartmann Wavefront Sensor (HWS) have been deduced analogically and simulated numerically. It is shown that the ability of wavefront reconstruction of LSI is better than HWS, for the indirect sampling information of wavefront with LSI is more than HWS. And to increase sampling, LSI is easier than HWS.

KEY WORDS: lateral shear interferometer; Hartmann wavefront sensor; wavefront control algorithm

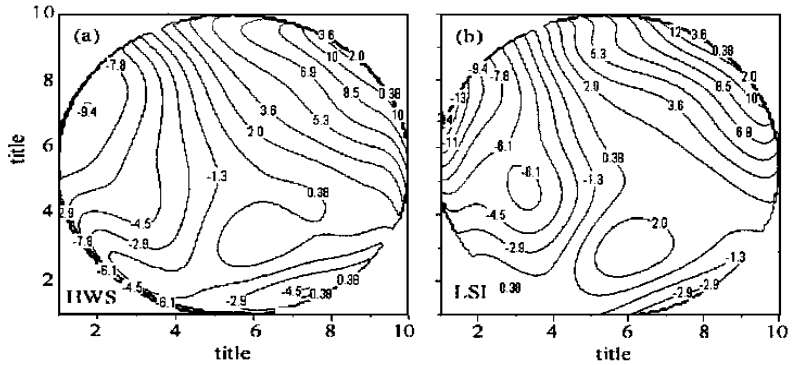


Fig 3 Contour of reconstruction of wavefront 1 for $N_2 = 45$

图3 波前 1 的复原等高线图