

液晶空间光调制器与相干光波前实时变换

张健, 吴丽莹, 刘伯晗

(哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘要:介绍了一种利用纯相位调制液晶空间光调制器进行波前相位实时变换的方法, 可将相干平面波变换成任意期望的波前。该方法采用由伪随机编码产生初始相位矩阵的相位恢复优化算法, 从期望的远场衍射图形得到液晶空间光调制器所在衍射面的相位分布, 当单色相干平面波通过液晶空间光调制器时, 利用液晶空间光调制器纯相位调制特性复现该相位分布, 在远场产生期望的衍射图形。实验验证了上述波前实时变换的可行性。

关键词:波前变换; 液晶; 空间光调制器; 相位恢复优化算法; 相位伪随机编码

中图分类号:O438 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-2276(2008)01-0124-04

Liquid crystal spatial light modulator and real-time transform of interferential light wave front

ZHANG Jian, WU Li-ying, LIU Bo-han

(Institute of Ultra-Precision Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A method that wave front real-time transform by using phase only liquid crystal spatial light modulator (LCSLM) is proposed, which may change the interferential planar light wave front to an arbitrary expected wave front. The method employs an optimal phase recovering algorithm, the initial phase array of which is produced by pseudorandom phase encoding. The phase distribution of the LCSLM is obtained from expected diffraction patterns of far field. The incident monochromatic interferential planar wave on the LCSLM will produce the expected diffraction patterns in far field according to the phase only modulation characteristics of the LCSLM. The feasibility of the transform above is proved by experiments.

Key words: Wave front transform; Liquid crystal; Spatial light modulator; Optimal phase recovering algorithm; Pseudorandom phase encoding

0 引言

按照现代波动光学的波前变换概念, 二维波前经过适当变换, 可以产生一个新的、期望的光场分布。如几何光学器件通过折射改变光程, 产生频谱的二维波前分布; 衍射元件则是通过衍射产生期望的衍射场分布; 而全息显示是通过物光波与参考光波干涉生成的二维波前复现物体的立体图像。由于基于衍射的波前

变换比传统的几何光学波前变换具有更大的灵活性, 对波前可以做更精细的控制, 实现传统几何光学难以实现的变换, 所以当前更受人们的重视。

液晶空间光调制器实际上是由有序的二维周期结构构成的衍射屏, 单色平面波垂直通过液晶空间光调制器产生的夫琅和费衍射图样, 是单个像素衍射图样与 N 个点源阵列产生的多光束干涉图样乘积的结果。由于液晶空间光调制器是可实时编程的衍射元

收稿日期: 2007-04-03; 修订日期: 2007-06-17

基金项目: 总装基金资助项目

作者简介: 张健(1944-), 男, 江苏无锡人, 教授, 博士生导师, 主要从事光电信息处理、光电检测的研究。Email: zjlab@hit.edu.cn

件,可以灵活地改变各子像素对光波的调制特性,从而改变整个液晶屏的光学透过率,就像计算全息一样,可完成任意的波前实时变换,再现期望的光场分布。尤其是纯相位调制液晶空间光调制器可以只对波前相位进行调制,不引起对光能的吸收,因此衍射效率极高,对光波波束的方向、空间分布的控制表现出独有的优势^[1],在光互联、光通信、光计算、光电对抗等领域具有极大的潜在应用价值。

1 液晶空间光调制器波前变换

如图 1 所示,振幅为 A 的单色平面波垂直通过

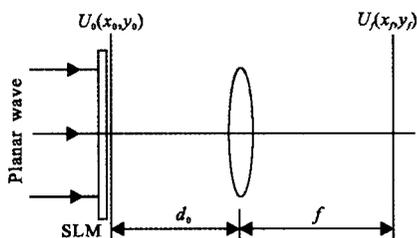


图 1 液晶空间光调制器透过光场的傅里叶变换

Fig.1 Fourier transform of transmittion field for LCOSLM

复振幅透过率为 $t(x_0, y_0)$ 的液晶空间光调制器 SLM,其透射光场为:

$$U_0(x_0, y_0) = A t(x_0, y_0) \quad (1)$$

根据透镜的傅里叶变换性质,透射光场的远场夫琅和费衍射图样等效于理想透镜后焦面上的复振幅分布 $U_f(x_f, y_f)$ ^[2],且有:

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{1}{j\lambda f} \exp\left[j\frac{k}{2f}\left(1 - \frac{d_0}{f}\right)(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot T(f_x, f_y) \quad (2)$$

式中: f 为透镜焦距; d_0 为紧靠液晶空间光调制器之后的透射光场与透镜之间的距离; 波数 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $f_x = \frac{x_f}{\lambda f}$; $f_y = \frac{y_f}{\lambda f}$; $T(f_x, f_y) = F\{t(x_0, y_0)\}$ 。

由此可见,透镜后焦面上的复振幅分布正比于液晶空间光调制器复振幅透过率的傅里叶变换,但透镜的二次位相因子使频谱产生位相弯曲。如果使 $d_0 = f$,则透镜后焦面上的复振幅分布是液晶空间光调制器复振幅透过率准确的傅里叶变换:

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{1}{j\lambda f} F\{t(x_0, y_0)\}$$

对于纯相位空间光调制器,其复振幅透过率是振幅为单位 1 的位相函数,可表征为 $t(x_0, y_0) = \exp[j\varphi(x_0, y_0)]$ 。因因素是呈周期性排列的矩形单元,在每个周期 $(x_{i+1} - x_i,$

$y_{k+1} - y_k)$ 的矩形单元内,相位具有确定的离散值 $\varphi(x, y) = \varphi_{i,k}$,其中 $x \in (x_i, x_{i+1}), y \in (y_i, y_{i+1}), \varphi_{i,k} \in (0, 2\pi)$ 。因此透镜后焦面上的复振幅分布可表示为:

$$U_f(x_f, y_f) = DFT\{\Gamma[\varphi(x, y)]\} / j\lambda f \quad (3)$$

式中: Γ 是相位在 $(0, 2\pi)$ 内的量化函数。说明透镜后焦面上的强度分布 $I (I = |U_f|^2)$ 取决于液晶空间光调制器每一点的相位值 $\varphi_{i,k}$, 可以通过对空间光调制器各像素相位的控制得到透镜后焦面上不同的光强分布。

2 液晶空间光调制器的相位调制

向列相液晶是一种单轴双折射晶体,且光轴平行于分子长轴排列的平均方向^[3]。与幅值调制型液晶盒不同,相位调制型液晶盒上下基板对液晶分子的锚定作用保证液晶分子在外电场的作用下只产生倾斜而无扭曲变形。

根据各向异性晶体的折射率理论^[4],液晶盒中非寻常光的折射率分布为:

$$n_e(\theta_z) = n_o n_e / \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta} \quad (4)$$

式中: θ_z 为液晶指向矢的倾角; n_o, n_e 分别为液晶中寻常光和非寻常光的折射率。引入等效折射率的概念:

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{L} \int_0^L n_e(z) dz \quad (5)$$

式中: L 为液晶盒的厚度。其物理意义是将液晶盒中折射率分布不均匀的液晶等效为折射率均匀的单轴晶体。利用等效折射率的概念,可以得到液晶盒产生的光波相位延迟量:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}} L = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L n_e(z) dz \quad (6)$$

式中: λ 为入射光波长; 由于 n_e 随着外加电场而变化,使得相位差 δ 也随着外加电场而变化,适当选取液晶材料、液晶盒的厚度可以使相位延迟量大于 2π 。这样就可以通过控制外加电压而间接控制液晶对光波的相位调制,实现纯相位调制。如图 2 所示,由于液晶相

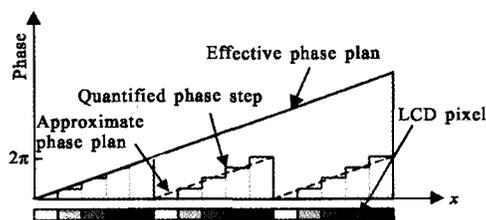


图 2 液晶空间光调制器形成的等效相位光栅

Fig.2 Effective phase grating of LCOSLM

位调制器控制电极是离散的,当控制电极上的电压呈周期状线性变化时,其对光波波前的作用相当于闪耀相位光栅^[4],可以方便地实现相位量化控制,从而获得较高的衍射效率。根据光栅理论,其衍射效率 η 为:

$$\eta = \left(\frac{\sin(\pi/q)}{\pi/q} \right)^2 \quad (7)$$

式中: q 为每个周期所包含的电极数。

实际上,由于电压周期重复,由最大值瞬间变为最小值,而液晶分子方向却不可能在瞬间恢复初始状态,所以就出现了所谓的回程误差,即在相位周期交替处,相移量不能瞬时从 2π 变为 0 的,而是逐渐变化的,如图 3 所示。

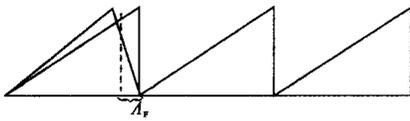


图 3 回程区域示意图

Fig.3 Schematic diagram of flyback region

图中的 Δ_F 就是回程量。回程的存在降低了衍射效率,其表达式由公式(7)相应变为:

$$\eta = \left(1 - \frac{\Delta_F}{\Lambda} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(\pi/q)}{\pi/q} \right)^2 \quad (8)$$

这种由回程引起的相位调制非线性可以通过改变驱动电压加以补偿,使相位调制特性近似为线性,但必须实际测试器件的相位特性后方可确定用于补偿的驱动电压值^[5]。

3 液晶空间光调制器波前实时变换的实现

对于给定入射光场和期望的远场衍射场分布,求解衍射屏上的复振幅和相位分布问题,属于光学变换系统中的相位恢复问题。著名的 G-S 算法为求解相位恢复奠定了基础^[6],其基本思想是通过迭代优化逐步逼近目标函数^[7]。

设最终期望的远场衍射场强度分布是确定的,用 $|\hat{G}(X)|=R$ 来表示,衍射屏透射光场的复振幅用 $g(x)=|g|\exp(\varphi(x))$ 表示。若给定 $g(x)$ 的相位初始值,并且其幅值 $|g|$ 是已知的,根据衍射理论,远场的场分布 $G(X)$ 与衍射屏透射光场分布 $g(x)$ 的傅里叶变换成正比。若 $g(x)$ 傅里叶变换后的强度值与最终期望的强度分布 R 偏差较大,则按照某种规律重新选取 $g(x)$ 的相位分布 $\varphi(x)$;经过数次迭代,如果能找到一组 $g(x)$ 的相位分布 $\varphi(x)$,使得 $g(x)$ 傅里叶变换后的强度值恰好

就是最终期望的强度分布 R ,那么该衍射屏透射光场复振幅的相位分布值 $\varphi(x)$ 就是所求的满足期望强度分布的相位恢复解。

G-S 算法设计灵活且计算收敛效率高,但对初始值非常敏感,容易陷入局部极小点,文中通过对远场衍射图的相位伪随机编码来确定衍射屏的相位初始值^[8-9],将远场期望的振幅信息带到衍射屏透射光场复振幅的相位分布值 $\varphi(x)$ 中,由其离散傅里叶变换得到的远场分布按统计概率逼近期望图形。

液晶空间光调制器透过率复振幅可表示成:

$$g_i(x) = \text{rect}(x-x_i) \exp(\varphi_i)$$

对于纯相位调制型液晶空间光调制器,透过率函数不改变输入平面波的幅值,可认为是单位 1 的矩形函数;而且各个像素的电压是独立控制的,因而透过率函数的相位因子 φ_i 是互相独立的随机变量,这样透过率复振幅数学期望可表示成:

$$\overline{g_i(x)} = \langle \exp(j\varphi_i) \rangle$$

对于随机变量相位因子 φ_i ,其特征函数为:

$$R_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(jt\varphi_i) p(\varphi_i) d\varphi_i$$

式中: $p(\varphi_i)$ 是相位随机变量的概率密度; t 是实变参量,在 $t=1$ 时,透过率复振幅数学期望可表示成:

$$\overline{g_i(x)} = \langle \exp(j\varphi_i) \rangle = \exp(j\varphi_i) R_i(1) \quad (9)$$

若随机变量 φ_i 是均匀分布,则总体相位延展为 $\nu_i = \sqrt{12} \sigma_i$, σ_i 是随机变量 φ_i 的标准差,且有:

$$R_i(1) = \text{sinc} \left(\frac{\nu_i}{2\pi} \right) \quad (10)$$

将公式(10)代入(9)得到用相位延展 ν_i 表示的液晶空间光调制器透过率复振幅数学期望,其振幅为:

$$g_{ie} = \left| \overline{g_i(x)} \right| = \text{sinc} \left(\frac{\nu_i}{2\pi} \right)$$

即透过率复振幅数学期望振幅可由随机变量的相位延展确定。取其反解有:

$$\nu_i = 2\pi \text{sinc}^{-1}(g_{ie}) \quad (11)$$

另一方面, g_{ie} 与远场期望的复振幅分布 G_{ie} 之间具有傅里叶变换对关系,即 $g_{ie} = F^{-1}(G_{ie})$ 。像素的相位偏差是随机变量,为此由计算机产生 $[0, 1]$ 上的均匀随机数 N_{ran} ,将相位偏差表示为 $\delta\varphi_i = (N_{\text{ran}} - 1/2)\nu_i$ 。假设空间光调制器各像素相位的数学期望为 $\overline{\varphi_i}$,则各像素的相位可以表示为:

$$\varphi_i = \overline{\varphi_i} + 2\pi(N_{\text{tran}} - 1/2) \text{sinc}^{-1}[F^{-1}(G_{ie})] \quad (12)$$

至此,可得远场期望的复振幅信息以随机相位偏差形式带到液晶空间光调制器透过率的复振幅相位随机变量上。因只改变透过率复振幅的相位,不对幅值产生影响,所以完成的是纯相位调制。

4 实验

波长为 633 nm 的半导体激光器发出的光束,经扩束和准直成为有效光斑直径约为 9 mm 的激光束。该光束通过偏振片后直接投向液晶空间光调制器,偏振片的作用是使光束偏振方向与空间光调制器液晶的主轴方向一致,以增强纯相位调制效果。光束被空间光调制器反射,在远场产生衍射图形,也可以将远场衍射图经透镜成像用 CCD 接收。图 4 是采用美国 BNS 公司生产的反射式、纯相位调制 256×256 像素液晶空间光调制器生成的实际衍射图形。其中(a)是期望的点阵源图,(b)是与源图对应的用灰度表示的液晶空间光调制器各像素相位恢复图,(c)是根据相位

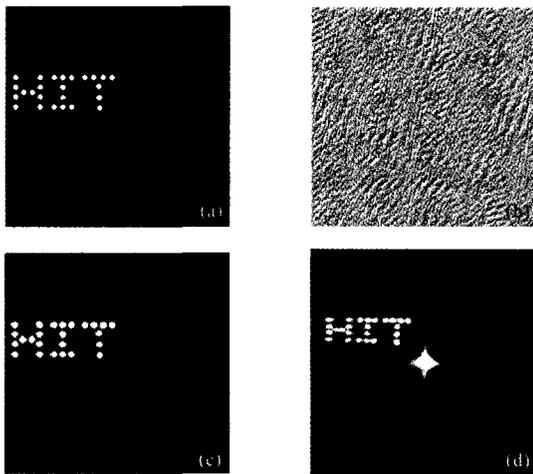


图 4 G-S 算法相位恢复处理结果

Fig.4 Results of phases retrieved by G-S

恢复图由计算机生成的远场衍射图形,(d)是波长为 633 nm 准直扩束激光束通过液晶空间光调制器后生成的实际远场衍射图。

5 结论

将液晶空间光调制器看作二维衍射光栅,只要采取合适的相位恢复算法获取与远场衍射图形对应的衍射面相位分布,则利用液晶空间光调制器纯相位调

制功能,就可以改变平面波的波前而复现该相位分布,从而产生期望的衍射图形。由于液晶空间光调制器对相位调制是可编程控制的,因此用这种方法可通过对平面波波前的变换获取任意期望的衍射图形。

文中采用伪随机编码确定初始相位的 G-S 改进算法是将蒙特卡罗算法与 G-S 算法相结合,首先满足蒙特卡罗算法的全局优化特点,可避开由于初始随机相位选取不当导致的收敛停滞问题;同时又具有局部快速收敛的特点,只需不超过 20 次迭代就趋于收敛。液晶空间光调制器一般的响应速度约 20 ms,在没有使用专用硬件的情况下,图形响应时间一般不超过 100 ms,利用液晶空间光调制器可编程相位调制特性,可以满足对平面波进行在线、实时波前变换的要求。

参考文献:

- [1] Emil Hällstig, Lars Sjöqvist, Mikael Lindgren. Characterization of a liquid crystal spatial light modulator for beam steering [C]// *Proceedings of SPIE, Laser and Beam Control Technologies* 2002, **4632**:187-196.
- [2] LV Nai-guang. *Fourier Optics* [M]. Beijing: China Machine Press (吕乃光. 傅里叶光学: 北京: 机械工业出版社), 2006:125-130.
- [3] WANG Xin-jiu. *Liquid Optics and Liquid Display* [M]. Beijing: Science Press (王新久. 液晶光学和液晶显示. 北京: 科学出版社), 2006:143-149.
- [4] WANG X, WILSON D, MULLER R, et al. Liquid crystal blazed grating beam deflector [J]. *Applied Optics*, 2000, **39** (35):6545-6555.
- [5] ZHANG Yan. Phase modulation characteristics of electrically addressed spatial light modulator [J]. *Infrared and Laser Engineering* (张艳. 电寻址空间光调制器相位调制特性的研究. 红外与激光工程), 2007, **36**(3):316-318.
- [6] GERCHBERG R W, SAXTON W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**:237-246.
- [7] YANG Guo-zhen, GU Ben-yuan. An approach for the design of diffractive optical elements [J]. *Physics*, 1994, **23**(4):200-205.
- [8] LIU Wen-yao, COHN R W. Pseudo-random encoding for phase-only filters [J]. *Acta Optica Sinica* (刘文耀, Cohn R W. 纯相位型滤波器的伪随机编码. 光学学报), 1998, **18**(6):783-788.
- [9] LIU Bo-han, ZHANG Jian. Dynamical laser beams steering with a phase-only spatial light modulator [J]. *Chinese Journal of Lasers* (刘伯晗, 张健. 纯相位空间光调制器动态控制光束偏转. 中国激光), 2006, **33**(7):99-902.